ХАОТИЧНИ ДВИЖЕНИЯ НА НЕБЕСНИТЕ ТЕЛА

Костадин Шейретски[1], Румен Шкевов[2], Николай Ерохин[3]

[1]Университет за национално и световно стопанство
[2]Институт за космически изследвания и технологии – Българска академия на науките
[3]Институт за космически изследвания – Руска академия на науките
e-mail: sheyretski@unwe.bg, shkevov@space.bas.bg

Ключови думи: *небесна механика, нелинейни динамични системи, астрономия*

Резюме: *В работата е направен обзор на най-ярките прояви на хаотичното поведение при движението на космическите тела. Дадени са примери за хаос както при орбиталните движения, така и при движения около центъра на масата на космически обекти. Изведени са условията за възникване на хаотичен режим при движението на изкуствен спътник.*

CHAOTIC MOTION OF THE CELESTIAL BODIES

Kostadin Sheiretsky[1], Rumen Shkevov[2], Nikolay Erokhin[3]

[1]University of National and World Economy
[2]Space Research and Technology Institute – Bulgarian Academy of Sciences
[3]Space Research Institute – Russian Academy of Sciences
e-mail: sheyretski@unwe.bg, shkevov@space.bas.bg

Keywords: *celestial mechanics, nonlinear dynamic systems, astronomy*

Abstract: *The work gives an overview of the most striking manifestations of chaotic behavior in the movement of the celestial bodies. The examples of chaos in both the orbital motion and in motion around the center of mass of space objects are given. The conditions for occurrence of chaotic regime in the movement of an artificial satellite are outlined.*

Примери за хаотични движения на небесните тела

В Слънчевата система са известни много примери на резонансно и хаотично поведение: резонансна структура на главния астероиден пояс и празнини на Киркууд [1], [2], структура на пояса на Койпер [3], орбитални резонанси на спътниците с планетите около които обикалят [4], [5], орбитален резонанс и хаос в орбитите на самите планети [6], [8], [9]. Разглеждането на тези въпроси е тясно свързано с устойчивостта на Слънчевата система.

Уравнението на движението около центъра на масата екваториален спътник на планета е изведено от Белецки [10]

(1) $$\left(1+e\cos\nu\right)\frac{d^2\delta}{d\nu^2}-2e\sin\nu\frac{d\delta}{d\nu}+3\frac{A-C}{B}\sin\delta=4e\sin\nu,\delta=2\Theta\,.$$

В уравнението ν е истинската аномалия, Θ е ъгъла между оста на инерция на тялото и радиус-вектора на неговата орбита, A, B, C са главните инерчни моменти на спътника.

Информация за глобалното поведение на множеството от траектории, получени при решаване на уравнение (1) дава методът на точковите изображения. Най-информативната числена реализация на този метод, свеждащ се до численото интегриране на уравнение (1) и извеждане на резултати с периодичност равна на орбиталния период, тоест в точките

$\nu = 2\pi l$, $l = 1,2,...$ Фазовият портрет в равнината $\left(\Theta, \Theta' = \frac{d\Theta}{d\nu}\right)$ уравнение (1), интегрирано численo за $\omega_{f0}^{\;2} = 0.1$, $e = 0.1$ показва [11] хаотично „море" на движенията в които са разположени „острови" на регулярни движения, съответстващи на устойчиво резонансно въртене [12]. Центровете на островите съответстват на стабилни движения:

(2) $$\Theta = \frac{k-m}{m}\nu + k(\nu);\ k(\nu + 2\pi m') = k(\nu),$$

където k, m, m' са цели числа. Това движение е $k : m$ резонанс. Тук k определя броя на завъртанията които спътника прави около оста си за m завъртания по орбитата. Резонансът 1:1 представя периодични осцилации около пробягващия радиус-вектор, 3:2 резонанса определя ротация подобна на Меркурий.

Както беше отбелязано, повечето спътници в Слънчевата система се намират в синхронен резонанс. Характерното време необходимо на повечето спътници да достигнат това състояние е значително по-малко от възрастта на Слънчевата система [13]. Оказва се, че това време е обратно пропорционално на приливният момент, който силно зависи от радиуса на спътника и е обратно пропорционален на шестата степен на разстоянието от спътника до планетата. Това води до извода, че малките спътници, разположени далеч от планетите около които обикалят, не са имали достатъчно време да еволюират към състояние на синхронен резонанс. Спътникът на Сатурн Хиперион има необичайна форма 175x120x100 km, ексцентрицитета му е 0.1, а радиуса на орбитата му е 24.5 радиуса на Сатурн. По наблюдения на „Вояджър-1" и „Вояджър-2" периода на въртене на Хиперион е 13 денонощия, а орбиталния период е 21.5 денонощия, което ясно показва несинхронност на орбитата.

Уиздъм, Пил и Миняр [14] предлагат необичаен сценарий. Те правят числени и аналитични изследвания на уравнение (1), от които става ясно, че Хиперион не само не е захванат в синхронен резонанс, но и въртенето му изпитва хаотични (в същото време детерминирани) вариации. В същото време Уиздъм и др. Доказват, че въртенето на спътника е неустойчиво с висока степен на вероятност относно наклона на оста на въртене, тоест спътника се „мята" в пространството. Наземните наблюдения на Клаветер [15] потвърждават тази хипотеза. Хаосът при въртенето на Хиперион е следствие на неговата необичайна форма и големия ексцентрицитет на орбитата му. Приливните сили намаляват ексцентрицитетите на орбитите на спътниците. В случая на Хиперион ексцентрицитетът не може да намалява понеже той е принуден ексцентрицитет пораждащ орбитален резонанс 4:3 с близкия масивен спътник Титан. По тази причина орбитата на Хиперион е устойчива заради резонанса 3:4 с Титан, но въртенето му е хаотично заради взаимодействията на спин-орбиталните резонанси. Съгласно работите на Блек [16], въртенето на Хиперион може да създава впечатление на регулярно за дълги интервали от време, макар въртенето да е формално хаотично.

Напълно вероятно е и други спътници с неправилна форма да изпитват хаотично въртене в продължителни периоди от своята динамична еволюция [17]. Действително, за да може спътникът да бъде захванат в спин-орбитален резонанс, той трябва да пресече хаотичният слой в околностите на сепаратрисите, а това неизбежно води до епизоди на хаотично въртене. Такива периоди са възможни и за сметка на ударни явления изменящи въртеливите свойства на спътника. Епизодите на хаотично въртене могат да предизвикат съществено вътрешно нагряване и изменение на структурата на повърхността на някои спътници. Такива процеси вероятно е изпитал спътника на Марс Фобус и спътника на Уран Миранда [18],[19].

Ласкар и Робутел [20] показват, че наклона на оста на въртене на всяка планета от земната група е могъл да трепти хаотично. В случая на Марс такива трептения са могли да достигнат няколко десетки градуса.

Един случай на хаос при движението на изкуствен спътник

Нека действие на гравитационния, приливния и магнитния момент, се разглежда в случая на равнинно въртене на спътника, който е постоянно намагнитен по протежение на една от главните оси на елипсоида си на инерция, намира се в нютоново гравитационно поле и диполно поле с $\vec{H} = \frac{\mu_c}{r^3}\left\{3\left(\vec{K}.\vec{e}_r\right)\vec{e}_r - \vec{K}\right\}$, където μ_c е модул на постоянният магнитен момент на централното тяло, $\vec{K}$ е орт на вектора на магнитния момент, $\vec{e}_r$ е орт на радиус-вектора на точката в пространството, в което се определя напрегнатостта. Оста на дипола през цялото време се намира в равнината на орбитата на небесното тяло. Уравнението, което описва поставената от нас задача [12] е

(3) $$\frac{d^2\delta}{du^2} + \beta\frac{d\delta}{du} + \omega_0{}^2 \sin\delta = 3\overline{\alpha}\cos\left(\frac{\delta}{2} - u\right) - \overline{\alpha}\cos\left(\frac{\delta}{2} + u\right),$$

където $\omega_0{}^2 = \frac{3(A-C)}{2B}$, A, B, C - главни моменти на инерция, $\mu = (M+m)\gamma$, γ - гравитационна константа, M - маса на централното тяло, m -маса на спътника, $\overline{\alpha} = \frac{I\mu_c}{B\mu}$, I - постоянен магнитен момент на небесното тяло с посока успоредна на момента на инерция C, $u = \upsilon + \omega$, υ - истинска аномалия, ω - постоянна инклинация на радиус-вектора на перигея на спътниковата орбита по отношение на екватора на планетата, $\delta = 2\Theta$, Θ е ъгълът, образуван от посоката определена от C и текущия радиус-вектор на орбитата, $\beta = \frac{\tilde{\delta}}{BR_0{}^5}\sqrt{\mu R_0}$, R_0 е радиусът на орбитата, съгласно [21] $\tilde{\delta}$ е положителна константа.

В случая, когато спътникът има сферична форма, т.е. $\omega_0{}^2 = 0$, може да въведем нова променлива x посредством равенството

$$x = \frac{\delta}{2} - \frac{\pi}{2} - u.$$

В този случай уравнение (3) приема вида

(4) $$\frac{d^2x}{du^2} + \beta\left(\frac{dx}{du} + 1\right) + \varpi^2 \sin x = \frac{\varpi^2}{3}\sin(x + 2u),$$

Нека направим замяната $\varpi u = \tau$ в уравнение (4). Означаваме с $\beta_2 = \frac{\beta}{\varpi^2}$ и въвеждаме две нови променливи η и $\tilde{\theta}$, като свеждаме уравнение (4) до системата

(5) $$\frac{dx}{d\tau} = \eta, \qquad \frac{d\eta}{d\tau} = -\sin\delta - \beta_2(\eta + 1) + \frac{1}{3}\sin(x + 2\tilde{\theta}), \qquad \frac{d\tilde{\theta}}{d\tau} = \frac{1}{\varpi}.$$

Използваме приетата процедура за намиране интеграла на Мелников [22] и достигаме до следната форма на интегралният критерий за настъпване на хаос

(6) $$D(\tau,\tau_0) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{4\beta_2}{ch^2\tau}d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2\beta_2}{ch\tau}d\tau - \frac{2}{3}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin\left(2\arcsin th\tau + \frac{2\tau}{\varpi} + \theta_0\right)}{ch\tau}d\tau.$$

Като извършим интегрирането се достига до резултата

(7) $$D(\tau,\tau_0) = (8 + 2\pi)\beta_2 + \frac{8\pi}{3\varpi^2}\left(\frac{1}{sh\frac{\pi}{\varpi}} - \frac{1}{ch\frac{\pi}{\varpi}}\right)\sin\theta_0.$$

Когато знакът на $D(\tau,\tau_0)$ се мени, сепаратрисите се пресичат и движението в дадената област се явява хаотично. От (7) следва, че това произтича при

(8) $$\beta_2 < \frac{8\pi}{3\omega_0{}^2(8+2\pi)}\left(\frac{1}{sh\frac{\pi}{\varpi}} - \frac{1}{ch\frac{\pi}{\varpi}}\right).$$

Заключение

В статията е показана ключовата роля на хаотичните движения за обясняване поведението на космическите тела. Въпреки вълната от научни резултати в тази област, която наблюдавахме в края на миналият век, все още основните проблеми които възникнаха при изучаването на нерегулярните движения. Този факт от друга страна дава основание да считаме, че бъдещето ще ни донесе нови фундаментални резултати в класическата област небесна механика, която много учени считат в момента за почти напълно завършена наука.

Литература:

1. Wisdom, J. (1982). The origin of the Kirkwood gaps: A mapping technique for asteroidal motion near the 3/1 commensurability, Astron. J. 87, 577–593.
2. Wisdom, J. (1983). Chaotic behavior and the origin of the 3/1 Kirkwood gap, Icarus 56, 51–74.
3. Ипатов, С. И., Миграция небесных тел в Солничной системе. УРСС. Москва, 2000.
4. Murray, C. D. The structure of the 2:1 and 3:2 Jovian resonances, Icarus 65/1986, 70–82.
5. Wisdom, J. (1987a). Urey Prize Lecture: Chaotic dynamics in the solar system, Icarus 72, 241–275.
6. Roy, A. E., Walker, I. W., Macdonald, A. J., Williams, I. P., Fox, K., Murray, C. D., Milani, A., Nobili, A. M., Message, P. J., Sinclair, A.T., Carpino, M. (1988). Project LONGSTOP, Vistas in Astronomy 32, 95–116.
7. Sussman, G., Wisdom, J. Chaotic Evolution of the Solar System. Science, New Series, Vol. 257, No. 5066 (Jul. 3, 1992), 56-62.
8. Laskar, J. Secular evolution of the Solar System over 10 million years, Astron. Astrophys. 198/1988,341–362.
9. Laskar, J. Large scale chaos in the solar system, Astron. Astrophys. 287/1994, L9–12.
10. Белецкий, В. В., Движение искусственого спутника относительно центра масс. Наука. М.,1965.
11. Beleckij, V, M. Pivovarov, E. Starostin, Regualar and chaotic motions in applied dynamics of a rigid body. Chaos, Vol. 6, No. 2, 1996
12. Белецкий, В. В, Хентов, А. А., Вращательное движение намагниченного спутника. Наука. Москва, 1985.
13. Мюррей, К., Дермотт, С., Динамика Солничной системы. Физматлит. Москва, 2009.
14. Wisdom, J., Peale, S. J. and Mignard, F. (1984). The chaotic rotation of Hyperion, Icarus 58, 137–152.
15. Klavetter, J. J. (1989). Rotation of Hyperion. I. Observations, Astron. J. 97, 570–579.
16. Black, G. J., Nicholson, P. D., and Thomas, P. C.. Hyperion: Rotational dynamics, Icarus 117, 149–171.1995
17. Wisdom, J. (1987a). Urey Prize Lecture: Chaotic dynamics in the solar system, Icarus 72, 241–275.
18. Wisdom, J. (1987b). Chaotic behaviour in the solar system, Proc. R. Soc. Lond. A 413, 109–129.
19. Dermott, S. F., R. Malhotra and Murray, C. D. (1988). Dynamics of the Uranian and Saturnian satellite systems: a chaotic route to melting Miranda? Icarus 76, 295–334.
20. Lascar, J., and P. Robutel, The chaotic obliquity of the planets. Nature, 361, 608-612, 1993.
21. Goldreich, P, S. Peale, The dynamics of planetary rotations, Ann. Rev.Astron. Astroph. 6, 1970, 287.
22. Лихтенберг, А., Либерман, М., Регулерная и стохастическая динамика. Мир. Москва, 1984.